Nr 1

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 6 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 0 \quad | \cdot (-1) \end{aligned}$$

$x_1 = 6 \qquad x_3 := t$

$18 + 2x_2 = 6 + 3t$

$2x_2 = -12 + 3t \quad | :2$

$x_2 = -6 + 1{,}5t$

$x_1 = 6 + 0 \cdot t$

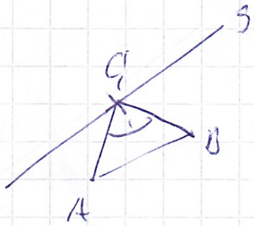
$x_2 = -6 + 1{,}5 \cdot t \qquad \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1{,}5 \\ 1 \end{pmatrix}$

$x_3 = 0 + 1 \cdot t$

Parallel zur $x_2 x_3$-Ebene

Nr 2

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$



$C(t|2|0)$ da auf g

$A(6|4|0) \quad B(1|4|0)$

$\vec{AC} = \begin{pmatrix} t-6 \\ 2-4 \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t-6 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{BC} = \begin{pmatrix} t-1 \\ 2-4 \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t-1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{AC} \cdot \vec{BC} = 0 \Leftrightarrow (t-6)(t-1) + 4 = 0$

$t^2 - 7t + 6 + 4 = 0$

$t^2 - 7t + 10 = 0 \qquad t_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49-40}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2}$

$t_1 = 5 \quad t_2 = 2$

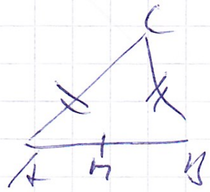
$C_1(5|2|0) \quad C_2(2|2|0)$

Nr 3

$A(1|3|0) \quad B(3|7|-4) \quad C(2|8|1)$

$|\vec{AC}| = \left|\begin{pmatrix} 2-1 \\ 8-3 \\ 1-0 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{1+25+1} = \sqrt{27}$

$|\vec{BC}| = \left|\begin{pmatrix} 2-3 \\ 8-7 \\ 1+4 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{1+1+25} = \sqrt{27}$



$\vec{AB} = \left|\begin{pmatrix} 3-1 \\ 7-3 \\ -4-0 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{16+16+4} = 6$ gleichschenklig

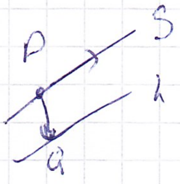
$M_{AB}(2|5|-2) \qquad h = |\vec{MC}| = \left|\begin{pmatrix} 2-2 \\ 8-5 \\ 1+2 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{18}$

$A_\Delta = \frac{1}{2} |\vec{AB}| \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{18} = \underline{\underline{3\sqrt{18}}}$

Nr 4

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \underbrace{-3 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -15 \end{pmatrix}}_{}$

$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -15 \end{pmatrix} \qquad g \parallel h$ oder identisch



$P_g(4|-1|0)$ kann nicht auf h liegen, da $x_3 = 1$ (statt 0) bei Stützvektor h

$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4-4 \\ -1+1 \\ 0-1 \end{pmatrix}$

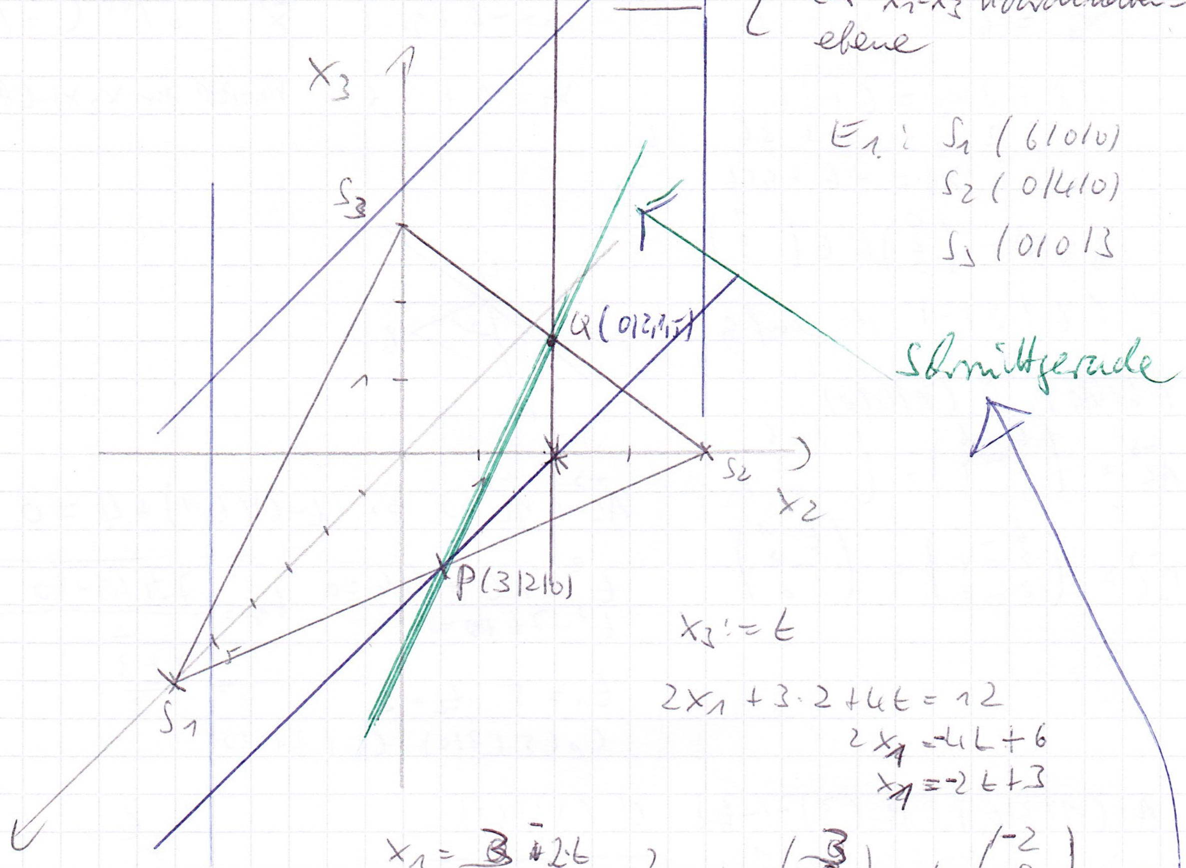
$= \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

(„eine Gleichung")

also muss's nicht die KF sein!

Nr 5 $E_1: 2x_1+3x_2+4x_3=12$

$E_2: 5x_2-10=0$ oder $\underline{x_2=2}$ } Parallelebene zur x_1-x_3 Koordinatenebene



E_1: $S_1(6|0|0)$
$S_2(0|4|0)$
$S_3(0|0|3)$

$x_3 := t$

$2x_1+3\cdot 2+4t=12$

$2x_1=-4t+6$

$x_1=-2t+3$

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = 3-2\cdot t \\ x_2 = 2+0\cdot t \\ x_3 = 0+1\cdot t \end{array}\right\} \vec{x} = \begin{pmatrix}3\\2\\0\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-2\\0\\1\end{pmatrix}$$

$x_1=0 \Leftrightarrow 3-2t=0$

$3=2t$

$1,5=t$

$Q(0|2|1,5)$

Nr 6 $g: \vec{x}=\begin{pmatrix}0\\6\\2\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}2\\-2\\3\end{pmatrix}$

$h: \vec{x}=\begin{pmatrix}-7\\1\\6\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}$

Lage? 1) g nicht parallel h, da $\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix} \neq t\begin{pmatrix}2\\-2\\3\end{pmatrix}$

2) somit Schnitt oder windschief

$0+2r=-7 \longrightarrow r=-3,5$

$6-2r=1+2s \longrightarrow 6-2(-3,5)=1+2s$

$2+3r=6+s$

$6+7=1+2s$

$12=2s$

$s=6$

$2+3\cdot(-3,5)=6+6$

$2-10,5=12$

$-8,5\neq 12$ falsche Aussage in der dritten Gleichung $\Rightarrow$ keine Lösung

also: g windschief zu h

Nr 7

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}$$
$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 14 \\ -8 \\ 17 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Da sie nicht parallel sind, müssen sie sich schneiden, um in einer Ebene zu liegen

$$\begin{aligned} 2+5r &= 14+2s \\ 1-2r &= -8-5s \\ -3+8r &= 17+4s \end{aligned} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{aligned} 5r-2s &= 12 \\ -2r+5s &= -9 \quad \oplus \\ 8r-4s &= 20 \quad (:4) \end{aligned}$$

$4s = -4$

$s = -1$

$5r+2 = 12 \quad r = 2$

$-2r-5 = -9 \quad r = 2$

r, s

$\{(2; -1)\}$ Lösung

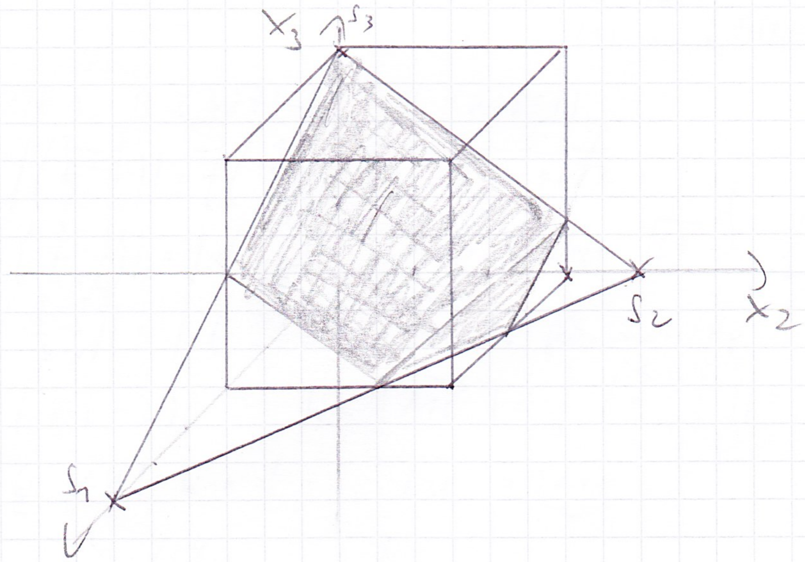
also Schnittpunkt

$S(12|-3|13)$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \\ 13 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Nr 8 Würfel (LE 3) $E: 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12$

$S_1(6|0|0)$ $S_2(0|4|0)$ $S_3(0|0|3)$



Nr 9

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + x_3 &= 2 \\ 3x_1 - 5x_2 - 2x_3 &= -1 \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\cdot(-3) \\ &\cdot(2) \end{aligned} \quad \begin{aligned} -6x_1 + 9x_2 - 3x_3 &= -6 \\ 6x_1 - 10x_2 - 4x_3 &= -2 \end{aligned} \quad \oplus$$

$2x_1 - 3x_2 + x_3 = 2$

$-x_2 - 7x_3 = -8 \qquad x_3 := t$

$\to -x_2 = -8 + 7t$

$x_2 = 8 - 7t$

$\to 2x_1 - 3(8 - 7t) + t = 2$

$2x_1 = 2 + 24 - 21t - t$

$2x_1 = 26 + 22t$

$x_1 = 13 + 11t$

$x_1 = 13 + 11 \cdot t$

$x_2 = 8 - 7 \cdot t$

$x_3 = 0 + 1 \cdot t$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 13 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 11 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Schnittgerade

Jede Gleichung $\hat{=}$ Ebene

Die unendliche Lösungsmenge d. LGS ist die Schnittgerade der beiden Ebenen

Nr 10 $A(3|-1|2)$ $B(2|1|0)$ $C(4|3|1)$

ΔABC

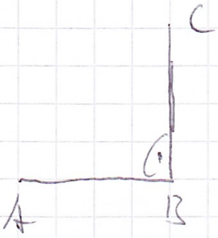
$|\vec{AB}| = \left|\begin{pmatrix} 2-3 \\ 1+1 \\ 0-2 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3$

$|\vec{AC}| = \left|\begin{pmatrix} 4-3 \\ 3+1 \\ 1-2 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{1+16+1} = \sqrt{18}$

$|\vec{BC}| = \left|\begin{pmatrix} 4-2 \\ 3-1 \\ 1-0 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3$

$=$

$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = -1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + -2 \cdot 1$
$= -2 + 4 - 2 = 0$



Somit $\vec{AB} \perp \vec{BC}$

$\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{BC} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$D(5|-1|3)$

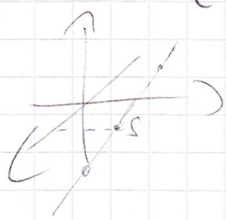
Nr 11 g durch A, B: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2-4 \\ 2-2 \\ -1-3 \end{pmatrix}$
$= \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$

$g \cap x_1x_2$-Ebene: $x_3 = 0$

$3 - 4t = 0$
$4t = 3$
$t = 3/4$

$S(4 - \frac{6}{4} | 2 | 0)$
$S(2{,}5 | 2 | 0)$

$A(4|2|3)$
$S(2{,}5|2|0)$
$B(2|2|-1)$



Vergleiche die x_3-Koordinaten: A (oberhalb x_1x_2-Ebene)
~~B(2~~ B(unterhalb x_1x_2-Ebene)

Ohne Gewähr
aber mit bestem Willen
HGB 17.10.11